Секрет задач на движение по окружности: тот, кто обгоняет, проезжает на 1 круг больше, если это первый обгон. И на n кругов больше, если обогнал другого в n-ный раз.

1. *Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 8 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 114 км/ч, и через 20 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.*

Автомобили стартовали одновременно, и первый автомобиль через 20 минут после старта опережал второй автомобиль на один круг. Значит, за эти 20 минут, то есть за \frac{1}{3} часа он проехал на 1 круг больше – то есть на 8 км больше.

За час первый автомобиль проедет на 8\cdot3=24 км больше второго. Скорость второго автомобиля на 24 км/ч меньше, чем у первого, и равна 114 - 24 = 90 км/ч.

Ответ: 90.

2. *Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.*

Во-первых, переведем минуты в часы, поскольку скорость надо найти в км/ч. Скорости участников обозначим за x и y. В первый раз мотоциклист обогнал велосипедиста через 10 минут, то есть через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 6} часа после старта. До этого момента велосипедист был в пути 40 минут, то есть \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3} часа.

Запишем эти данные в таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | y | S |
| велосипедист | x | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3} | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3}x |
| мотоциклист | y | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 6} | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 6}y |

Оба проехали одинаковые расстояния, то есть \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 6}y=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3}x.

Затем мотоциклист второй раз обогнал велосипедиста. Произошло это через 30 минут, то есть через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2} часа после первого обгона.

Нарисуем вторую таблицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| велосипедист | x | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2} | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2}x |
| мотоциклист | y | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2} | \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2}y |

А какие же расстояния они проехали? Мотоциклист обогнал велосипедиста. Значит, он проехал на один круг больше. Это и есть секрет данной задачи. Один круг — это длина трассы, она равна 30 км. Получим второе уравнение:

\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2}y-\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 2}x=30

Решим получившуюся систему.

\left\{\begin{matrix}y=4x\\ y-x=60\end{matrix}\right.

Получим, что x=20, y=80. В ответ запишем скорость мотоциклиста.

Ответ: 80.

3. *Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?*

Это, пожалуй, самая сложная задача из вариантов ЕГЭ. Конечно, есть простое решение — взять часы со стрелками и убедиться, что в четвертый раз стрелки поравняются через 4 часа, ровно в 12.00.  
А как быть, если у вас электронные часы и вы не можете решить задачу экспериментально?

За один час минутная стрелка проходит один круг, а часовая \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 12} часть круга. Пусть их скорости равны 1 (круг в час) и \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 12} (круга в час). Старт — в 8.00. Найдем время, за которое минутная стрелка в первый раз догонит часовую.

Минутная стрелка пройдет на \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 2}{\displaystyle 3} круга больше, поэтому уравнение будет таким:

Решив его, получим, что \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 8}{\displaystyle 11} часа. Итак, в первый раз стрелки поравняются через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 8}{\displaystyle 11} часа. Пусть во второй раз они поравняются через время z. Минутная стрелка пройдет расстояние 1 \cdot z, а часовая \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 12}z, причем минутная стрелка пройдет на один круг больше. Запишем уравнение:

1 \cdot z-\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 1}{\displaystyle 12}z=1

Решив его, получим, что z=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 12}{\displaystyle 11} часа. Итак, через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 12}{\displaystyle 11} часа стрелки поравняются во второй раз, еще через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 12}{\displaystyle 11} часа — в третий, и еще через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 12}{\displaystyle 11} часа — в четвертый.

Значит, если старт был в 8.00, то в четвертый раз стрелки поравняются через \genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 8}{\displaystyle 11}+3\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle 12}{\displaystyle 11} часа.

Ответ полностью согласуется с «экспериментальным» решением! :-)

На экзамене по математике вам может также встретиться задача о нахождении средней скорости. Запомним, что средняя скорость не равна среднему арифметическому скоростей. Она находится по специальной формуле:

v_{cp}=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle S_o}{\displaystyle t_o},

где v_{cp} — средняя скорость, S_o- общий путь, t_o — общее время.

Если участков пути было два, то

v_{cp}=\genfrac{}{}{}{0}{\displaystyle S_1 + S_2}{\displaystyle t_1+t_2}

А сейчас покажем вам один из секретов решения текстовых задач. Что делать, если у вас получился в уравнении пятизначный дискриминант? Да, это реальная ситуация! Это может встретиться в варианте ЕГЭ.

*4. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.*

Первый гонщик через 15 минут после старта обогнал второго на 1 круг. Значит, за 15 минут он проехал на 1 круг, то есть на 3 километра больше. За час он проедет на 3\cdot4 = 12 километров больше. Его скорость на 12 км/ч больше, чем скорость второго.

Как всегда, составляем таблицу и уравнение. 10 минут переведем в часы. Это \frac{1}{4} часа.

\frac{180}{x}-\frac{180}{x+12}=\frac{1}{6};

Честно преобразовав это уравнение к квадратному, получим:

x^2 + 12 x - 12960 = 0.

Пятизначный дискриминант, вот повезло! Но есть и другой способ решения, и он намного проще.  
Посмотрим еще раз на наше уравнение:

\frac{180}{x}-\frac{180}{x+12}=\frac{1}{6}

Заметим, что 180 делится на 12. Сделаем замену: x=12z.

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/gif-14-2.gif)

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/gif-15-2.gif)

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/gif-16-3.gif)

Это уравнение легко привести к квадратному и решить.  
Целый положительный корень этого уравнения: z=9. Тогда x=12z=108.

Ответ: 108